

Parameteridentifikation für nichtlineare Materialmodelle in der FEM mittels optischer Verformungsanalyse

Bernd Kleuter, Marc Bosseler

PARSOLVE, Marc Bosseler & Dr. Bernd Kleuter GbR, Kaiserslautern

Die Bauteilauslegung erfordert die Kenntnis des genauen Spannungs- und Verzerrungsverhaltens der eingesetzten Materialien. Um den gestiegenen Anforderungen an die Verlässlichkeit von Simulationen mittels der Finite-Elemente-Methode gerecht zu werden, muss untersucht werden, ob das konstitutive Gesetz geeignet ist, das mechanische Werkstoffverhalten zu beschreiben. Weiterhin ist es notwendig, die zugehörigen Materialparameter zu ermitteln.

Somit muss die Parameteridentifikation für Materialmodelle folgende Ansprüche erfüllen:

- Anwendbarkeit des Algorithmus‘ auch für hochgradig nichtlineare Materialmodelle
- Berücksichtigung von inhomogenen Verzerrungszuständen (z.B. lokale Einschnürungen) [4]
- Berücksichtigung von Streuungen des Materialverhaltens [1]

Dieser Beitrag stellt die Prozeduren dar, die für die Parameteridentifikation für mehrere Versuche bei gleichzeitiger Identifikation aller Materialparameter notwendig sind. Basierend auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ist es das Ziel, die Unterschiede zwischen gemessenen und simulierten inhomogenen Verschiebungsfeldern zu minimieren.

Mit Hilfe des Verfahrens der Grauwertkorrelation werden Probekörper mit definierten inhomogen verteilten Spannungszuständen berührungslos gemessen. Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren der generalisierten Parameteridentifikation gewährleistet eine Berücksichtigung der auftretenden Streuung bei Wiederholversuchen sowie der gleichzeitigen Betrachtung vieler einzelner Messpunkte für inhomogene Verschiebungsfelder.

Numerische Beispiele zeigen die Parameteridentifikationen für verschiedene Materialgesetze der Viskoelastizität und Elasto-Plastizität unter Berücksichtigung der experimentellen Beobachtungen an verschiedenen Elastomer-Materialien bzw. einem Aluminium-Druckguss.

1 Einleitung

Die genaue Vorhersage des mechanischen Verhaltens von Bauteilen unter Betriebsbedingungen ist eine wichtige Aufgabenstellung in der Industrie. Besonders die Bauteilauslegung mit hochentwickelten oder neuen Materialien erfordert die Kenntnis ihres genauen Spannungs- und Verzerrungsverhaltens. Für die Simulation der Bauteile werden - vor allem aufgrund der zunehmenden Rechenleistung - immer komplexere Materialmodelle eingesetzt. Um die Zuverlässigkeit der Simulation gewährleisten zu können, müssen die zugehörigen Materialparameter identifiziert werden.

Dieser Beitrag stellt die Prozeduren dar, die für die Parameteridentifikation für mehrere Versuche bei gleichzeitiger Identifikation aller Materialparameter notwendig sind. Basierend auf der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ist es das Ziel, die Unterschiede zwischen gemessenen und simulierten inhomogenen Verschiebungsfeldern zu minimieren. In Experimenten werden Verschiebungsfelder mittels optischer, kontaktloser Messtechnik ermittelt. Die Simulation der Versuche ist kraftgesteuert mit den in den Experimenten gemessenen Kraft-Zeit Daten.

Die gewöhnlich zur Parameteridentifikation für modular aufgebaute Stoffgesetze verwendete Technik ist, die Parameter in verschiedene Sätze zu trennen, die separat voneinander jeweils anhand eines Experiments identi-

fiziert werden. Der Grund dafür, alle Parameter für mehrere Experimente gleichzeitig zu identifizieren, ergibt sich aus verschiedenen Tatsachen. Erstens kann eine unzulängliche Menge an experimentellen Daten instabile oder uneindeutige Parameterschätzungen hervorrufen. Wenn die experimentellen Daten unvollständig sind, können diese nicht die gesamte Bandbreite an vorgesehenen Modellfunktionen abdecken [4,5]. Zweitens soll der Identifikationsprozess die Parameter bezüglich verschiedener Fehlereinflüsse mitteln. Die Parameteridentifikation ist ein Optimierungsproblem, bei dem die Unterschiede zwischen experimentellen und simulierten Daten in der Regel nicht vollständig verschwinden. Diese Tatsache hat zwei verschiedene Hauptursachen:

Einerseits kann das gewählte Materialmodell in der Regel nicht allumfassend das mechanische Verhalten eines Materials beschreiben, somit muss der Modellfehler berücksichtigt werden. Auf der anderen Seite treten Ungewissheiten bei experimentellen Versuchen auf. Das bedeutet, dass - wie oben bereits erwähnt - zusätzlich zu möglichen Fehlern in den Messungen ebenfalls Streuungen von Messdaten aufgrund unterschiedlicher Materialbeschaffenheiten der Probekörper auftreten können. Deshalb wird mit der gleichzeitigen Identifikation aller Parameter ein optimaler Materialparametersatz im Sinne einer optimalen Anpassung des konstitutiven Gesetzes - welches selber einem Modellfehler unterliegt - an alle Experimente erreicht [1,2,3]. Darüber hinaus führt die Berücksichtigung aller Experimente innerhalb einer einzigen Optimierungsroutine zu einer verbesserten Anpassung der Materialsimulation an die Streuungen von experimentellen Daten.

Dieser Beitrag ist wie folgt gegliedert: Die Zielsetzung in Abschnitt 2 ist, die allgemein angewendeten Methoden für die Durchführung einer Parameteridentifikation kurz zu erläutern. In Abschnitt 3 werden die experimentellen Beobachtungen an verschiedenen elastomeren Materialien und die zugehörigen Parameteridentifikationen für ein Materialmodell finiter Viskoelastizität betrachtet. In Abschnitt 4 wird die Parameteridentifikation für geometrisch lineare 'von Mises Plastizität' präsentiert. Dabei wird für drei Versuche dasselbe Versuchsprogramm an drei Versuchsproben einer Aluminium-Gusslegierung untersucht und der Parametersatz für die Kombination aller Experimente in einer Identifikationsroutine bestimmt.

2 Anmerkungen zu grundlegenden Methoden der Parameteridentifikation

Die verschiedenen Schritte innerhalb einer Strategie zur Entwicklung eines konstitutiven Gesetzes sind [5]: Zuerst wird ein Modellkonzept geformt, welches auf Versuchsbeobachtungen basiert, die in Übereinstimmung zu der jeweiligen ingenieurtechnischen Anwendung stehen. Hier werden die grundlegenden Phänomene charakterisiert und die Längenskala bestimmt. Daraufhin wird das konstitutive Gesetz formuliert. Es folgt die Parameteridentifikation basierend auf dem Vergleich von simulierten und experimentell gemessenen Daten. Mittels Verifikation wird die Qualität des Materialmodells - und entsprechend die Eignung, die experimentellen Daten, welche für die Parameteridentifikation verwendet wurden, zu simulieren - untersucht. Um zu überprüfen, ob das Materialmodell und die identifizierten Parameter ebenfalls geeignet sind, experimentelle Daten von weiteren Versuchen, welche unter anderen Bedingungen durchgeführt wurden, zu simulieren, wird schließlich eine Validierung durchgeführt. Somit werden bei der Validierung simulierte Daten mit experimentellen Daten verglichen, welche nicht für die Parameteridentifikation verwendet wurden.

2.1 Das inverse Problem

Die konstitutiven Gleichungen für ein Materialgesetz liefern den funktionalen Zusammenhang zwischen den Spannungen und Verzerrungen. Die Lösung dieses Randwertproblems (RWP) wird als *direktes Problem* bezeichnet. Das Ziel der Parameteridentifikation und dementsprechend der Lösung des *inversen Problems* für ein Materialgesetz ist, die Materialparameter so zu optimieren, dass das Materialmodell Simulationsdaten liefert, welche minimal von den experimentellen Daten abweichen.

Die Simulationsdaten, die in dieser Arbeit verglichen werden, sind Verschiebungsfelder. Mittels Variation der Materialparameter werden die Verschiebungsfelder variiert, wobei bei der Simulation die Geometrie der jeweiligen Probe und die Randbedingungen einschließlich der Kräfte in Analogie zum Experiment gewählt werden. Für die Identifikation müssen die experimentell gemessenen Verschiebungsfelder vergleichbar zu den FEM-Ergebnissen gemacht werden. Hierfür werden die gemessenen Verschiebungen des Probekörpers mittels Triangulation auf ausgewählte Identifikationsknoten des FE-Modells interpoliert (siehe nächster Unterabschnitt).

2.2 Interpolation von experimentellen Daten

Als Beispiel wird in diesem Unterabschnitt die zweidimensionale Interpolation von Messdaten beschrieben.

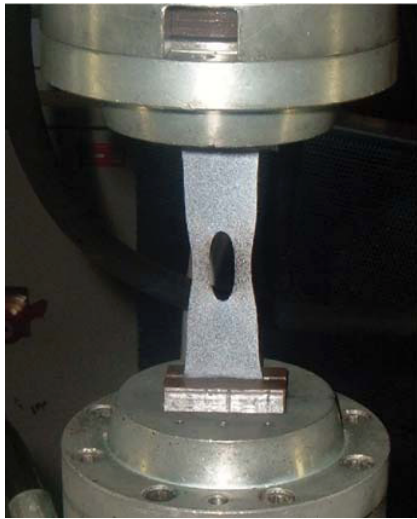


Abb. 1: Zugversuch

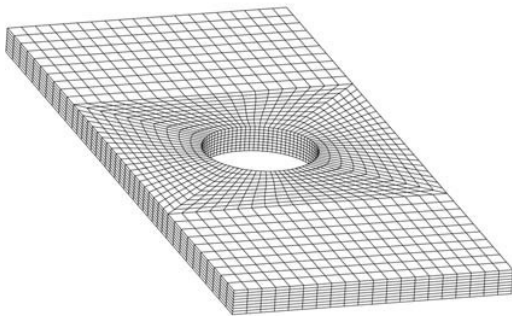


Abb. 2: FE-Netz

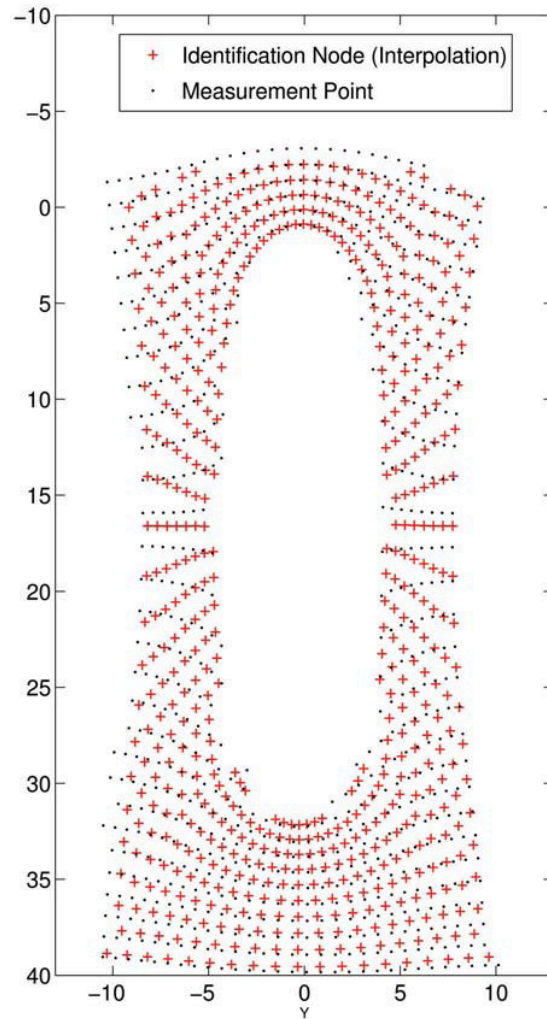


Abb. 3: 2D-Interpolation

Abb. 1 zeigt einen Probekörper mit Loch im Zugversuch. Die inhomogenen Verschiebungsfelder auf der Oberfläche des Probekörpers werden mittels des kontaktlosen, optischen Verfahrens der Grauwertkorrelation [6] ermittelt. Hierfür wird ein stochastisches Muster auf den betrachteten Bereich auf der Probenoberfläche aufgebracht. Zur Ermittlung zwei- (drei-) dimensionaler Verschiebungsdaten wird während des Versuchs das Muster mit einer (zwei) CCD-Kamera(s) aufgenommen. Im Anschluss an den Versuch wird das Verschiebungsfeld mittels eines photogrammetrischen Auswertungsverfahrens berechnet [6]. Die gemessenen Verschiebungen sollen auf die Koordinaten der Identifikationsknoten des zugehörigen FE-Netzes (Abb. 2) in der Referenzkonfiguration interpoliert werden. In Abb. 3 ist die Interpolation für einen Lastschritt dargestellt. Wie erwähnt führt die Anzahl an verfügbaren Messpunkten zur Auswahl der Identifikationsknoten. In der Referenzkonfiguration liegen die Messpunkte und Identifikationsknoten auf einer Ebene. Mittels Triangulation interpoliert der Algorithmus die gemessenen Verschiebungen linear auf die Identifikationsknoten.

Seien (x, y) die Koordinaten eines Identifikationsknotens in der Referenzkonfiguration und (x_1, y_1) , (x_2, y_2) und (x_3, y_3) die Koordinaten der drei nächsten Messpunkte – die nicht auf einer Geraden liegen – in der Referenzkonfiguration. Seien weiterhin $\mathbf{D}_1^{\text{exp}}$, $\mathbf{D}_2^{\text{exp}}$ und $\mathbf{D}_3^{\text{exp}}$ die zu den Messpunkten zugehörigen Verschiebungsvektoren. Somit ergibt der interpolierte Verschiebungsvektor $\mathbf{D}_{\text{proj}}^{\text{exp}}(u, v)$, welcher zum oben genannten Identifikationsknoten zugehörig ist

$$\mathbf{D}_{\text{proj}}^{\text{exp}}(u, v) = [1-u-v] \mathbf{D}_1^{\text{exp}} + u \mathbf{D}_2^{\text{exp}} + v \mathbf{D}_3^{\text{exp}}$$

mit

$$u = \frac{[y_3 - y_1] [x - x_1] - [x_3 - x_1] [y - y_1]}{[y_3 - y_1] [x_2 - x_1] - [x_3 - x_1] [y_2 - y_1]} \quad \text{und} \quad v = \frac{[y_1 - y_2] [x - x_1] - [x_2 - x_1] [y - y_1]}{[y_3 - y_1] [x_2 - x_1] - [x_3 - x_1] [y_2 - y_1]}.$$

2.3 Lösung des inversen Problems

Die allgemeine gebräuchliche Vorgehensweise bei der Identifikation von Materialparametern ist die Minimierung einer Fehlerquadratsumme, in der die gemessenen und entsprechend simulierten Verschiebungen verglichen werden. Um die Parameter anhand der Versuche A, B und C gleichzeitig zu identifizieren, wird als Zielfunktion $f(\kappa)$ folgende Fehlerquadratsumme verwendet

$$f(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \left[\sum_{j=1}^{T_A} [\mathbf{W}_{ij} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{ij}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{\text{exp}}]]^2 + \sum_{k=1}^{T_B} [\mathbf{W}_{ik} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{ik}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ik}^{\text{exp}}]]^2 + \sum_{l=1}^{T_C} [\mathbf{W}_{il} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{il}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{il}^{\text{exp}}]]^2 \right] \quad (1).$$

Hierbei sind T_A , T_B und T_C die betrachteten Anzahlen an Zeitschritten für die drei Versuche. Weiterhin sind \mathbf{W}_{ij} , \mathbf{W}_{ik} und \mathbf{W}_{il} die Wichtungsmatrizen für die entsprechenden Verschiebungen in Längs- und Querrichtung. Die Anzahl an Identifikationsknoten bezeichnet N_g , welche für die folgenden Beispiele identisch für alle Versuche ist. Jedoch ist N_g abhängig von der Diskretisierung der verschiedenen FE-Modelle. Für die Simulation der Verschiebungsfelder $\bar{\mathbf{u}}_{ij}(\kappa)$, $\bar{\mathbf{u}}_{ik}(\kappa)$ und $\bar{\mathbf{u}}_{il}(\kappa)$ ist die FE-Simulation kraftgesteuert basierend auf den gemessenen Kraftwerten. Für die folgenden Beispiele haben die simulierten und die experimentell ermittelten Verschiebungen $\bar{\mathbf{u}}_{ij}^{\text{exp}}$, $\bar{\mathbf{u}}_{ik}^{\text{exp}}$ und $\bar{\mathbf{u}}_{il}^{\text{exp}}$ jeweils zwei Verschiebungsrichtungen. In dieser Arbeit wird die Levenberg-Marquardt Methode – ein gradientenbasierter Algorithmus – für die Optimierung dieser nichtlinearen Gleichung verwendet.

3 Parameteridentifikation für viskoelastische Materialien

3.1 Multiplikative finite Viskoelastizität

Neben dem Mullins-Effekt, dem Spannungsentfestigungseffekt in den ersten Lastzyklen, kann bei den meisten Elastomer-Materialien - sogar bei sehr großen Deformationen - kein weiterer Einfluss von Schädigungseffekten bemerkt werden. Weiterhin weisen vulkanisierter Kautschuk, synthetisches Gummi und viele weiteren Elastomere keine nennenswerten permanenten (irreversiblen) Deformationen auf. Wird bezüglich des Mullins-Effekts vorgeschädigtes Material untersucht, führt dies zu der Auswahl eines viskoelastischen Materialmodells.

Generell ist die Auswahl des Materialgesetzes eine sehr wichtige Problemstellung. Um eine gute Übereinstimmung zwischen simulierten und gemessenen Daten zu erhalten, muss das Materialgesetz und die zugehörige Struktur so gewählt werden, dass die betrachteten Relaxationsprozesse des Materials hinreichend genau beschrieben werden können. Darüber hinaus müssen für die Simulation des viskoelastischen Materialverhaltens typischer gummiähnlicher Materialien große Deformationen und große Abweichungen vom thermodynamischen Gleichgewicht berücksichtigt werden. Von Reese und Govindjee [10] wurde 1998 eine neue Kontinuumsformu-

lierung vorgeschlagen, die im Gegensatz zu vielen anderen Theorien nicht auf kleine Abweichungen vom thermodynamischen Gleichgewicht beschränkt ist. Dieser Abschnitt behandelt die grundlegenden konstitutiven Gleichungen für das verwendete Materialmodell finiter Viskoelastizität [10]. Ogden-Verzerrungsenergiefunktionen für isotrope Hyperelastizität in Eigenrichtungen werden für die konstitutive Routine für finite Viskoelastizität [9] verwendet.

Für den Fall mehrfacher Relaxationsmechanismen ($k = 1, \dots, N$) wird der Deformationsgradient [8]

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e^k \cdot \mathbf{F}_v^k \quad (2)$$

in elastische und viskose Anteile aufgeteilt. Für Isotropie kann die freie Energie als eine Funktion der Hauptstreckungen des linken Cauchy-Green Tensors

$$\mathbf{b} = \sum_{a=1}^3 b_a \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a = \sum_{a=1}^3 \lambda_a^2 \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a \quad (3)$$

und des linken elastischen Cauchy-Green Tensors

$$\mathbf{b}_e^k = \sum_{a=1}^3 b_{a_e}^k \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a = \sum_{a=1}^3 [\lambda_{a_e}^k]^2 \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a \quad (4)$$

formuliert werden, so dass die freie Energie angenommen wird als

$$\psi = \psi^{eq}(\mathbf{b}) + \sum_{k=1}^N \psi^k(\mathbf{b}_e^k) \quad (5)$$

in die ein Gleichgewichtsanteil $\psi^{eq}(\mathbf{b})$ und N Nichtgleichgewichtsanteile $\psi^k(\mathbf{b}_e^k)$ eingehen, für die ein Ogden-Materialgesetz verwendet wird [9].

Für das Beispiel eines Nichtgleichgewichts-Terms wird definiert

$$\psi^k = \underbrace{\frac{\mu_{neq}^k}{\alpha_{neq}^k} \left[[\bar{b}_{1_e}^k]^{\alpha_{neq}^k/2} + [\bar{b}_{2_e}^k]^{\alpha_{neq}^k/2} + [\bar{b}_{3_e}^k]^{\alpha_{neq}^k/2} - 3 \right]}_{[\psi^k]^{dev}} + \underbrace{\frac{\kappa_{neq}^k}{4} \left[[J_e^k]^2 - 2 \ln J_e^k - 1 \right]}_{[\psi^k]^{vol}}, \quad (6)$$

wobei μ_{neq}^k ein konstanter Schubmodul und α_{neq}^k eine dimensionslose Konstante ist. Die Evolutionsgleichungen für dieses Modell ergeben sich zu [10]

$$[\lambda_{a_e}^k]^2 = \exp \left(-\Delta t \left[\frac{1}{\eta_D^k} [\tau_a^k]^{dev} + \frac{2}{9\eta_v^k} \tau^k : \mathbf{g} \right] \right) [\lambda_{a_e}^k]_{tr}^2 \quad (7)$$

mit den Trial-Werten

$$[\mathbf{b}_e^k]_{tr} = [\mathbf{F}]_{t=t_n} \cdot \left[[\mathbf{C}_v^k]^{-1} \right]_{t=t_{n-1}} \cdot [\mathbf{F}^T]_{t=t_n} \quad (8)$$

wobei n den aktuellen Zeitschritt bezeichnet und die Inverse des viskosen rechten Cauchy-Green Tensors gegeben ist mit

$$[\mathbf{C}_v^k]^{-1} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{b}_e^k \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad (9)$$

In Form von logarithmischen Streckungen $\varepsilon_{a_e}^k = \ln \lambda_{a_e}^k$ lauten die Evolutionsgleichungen [10]

$$\varepsilon_{a_e}^k = -\Delta t \left[\frac{1}{2\eta_D^k} [\tau_a^k]^{dev} + \frac{1}{9\eta_v^k} \tau^k : \mathbf{g} \right] + [\varepsilon_{a_e}^k]_{tr} \quad (10)$$

wobei $[\tau_a^k]^{dev}$ der deviatorische und $\frac{1}{3} \tau^k : \mathbf{g}$ der volumetrische Anteil der Kirchhoff-Hauptspannungen ist. Diese nichtlinearen Gleichungen werden mittels einer lokalen Newton-Iteration gelöst. Mit den Materialparametern $\hat{\tau}^k$ als Relaxationszeiten werden die deviatorischen und volumetrischen Viskositäten η_D^k und η_v^k wie folgt berechnet

$$\eta_D^k = \hat{\tau}^k \mu_{neq}^k \alpha_{neq}^k \quad \text{und} \quad \eta_v^k = \hat{\tau}^k \kappa_{neq}^k \quad (11)$$

3.2 Polyurethan-Klebstoff

In diesem Unterabschnitt wird die Parameteridentifikation für einen ausgehärteten Polyurethan-Klebstoff aufgezeigt, wobei nur das viskoelastische Verhalten im Kurzzeitbereich – mit einem Relaxationsterm für das Materialmodell – untersucht wird. Hierzu werden die experimentellen Daten eines einzelnen Relaxationsversuchs hinzugezogen.

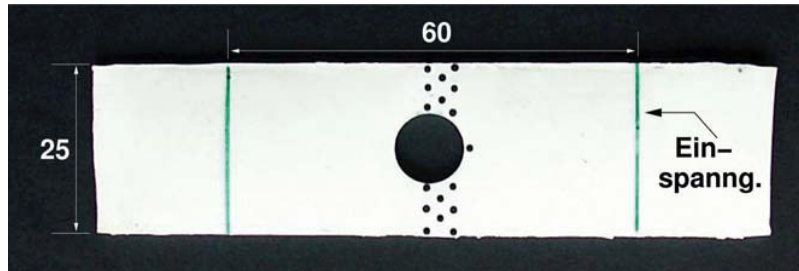


Abb. 4: Probekörper mit Messmarkierungen

Der Probekörper hat eine Dicke von 1.5 mm, ist 25 mm breit und hat eine Einspannlänge von 60 mm. In die Mitte der ausgehärteten Probe wird ein Loch mit einem Durchmesser von 10 mm gestanzt. Für die optische Deformationsanalyse mittels Videoextensometrie wurden Messmarkierungen auf der Probenoberfläche aufgebracht (siehe Abb. 4). Das Messsystem berechnet für jeden gemessenen Zeitschritt das zweidimensionale Verschiebungsfeld.

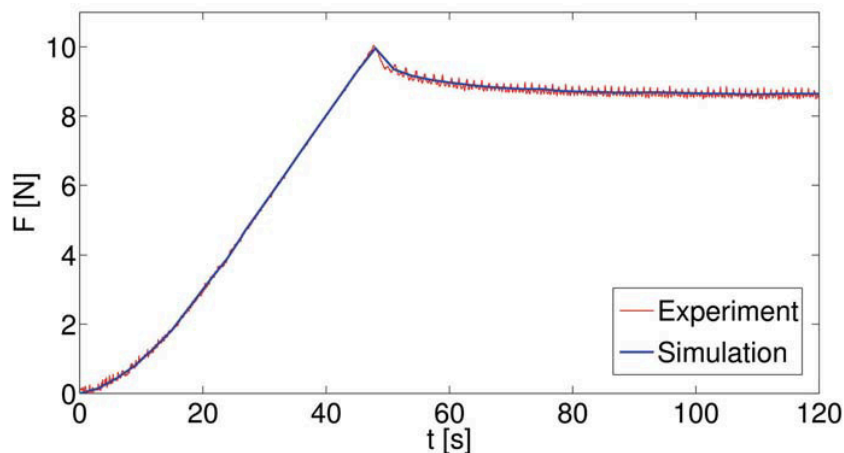


Abb. 5: Kraft-Zeit-Kurve im Experiment und für die Kraftsteuerung in der Identifikationssimulation

Die zugehörige Kraft-Weg Kurve ist in Abb. 5 dargestellt, wobei F die gesamte Kraft in Belastungsrichtung ist. Für die Simulation des Versuchs werden FE-Diskretisierungen der Probe mit einer ansteigenden Anzahl an Elementen (Hexaeder) verwendet. Die Randbedingungen werden in Übereinstimmung mit dem Experiment gewählt. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, werden die FE-Diskretisierungen für die Parameteridentifikation in aufsteigender Reihenfolge in einer *Multi-Level-Strategie* [11] mit vier Diskretisierungsstufen verwendet. Die 'optimalen' Parameter, die in der ersten Stufe mittels des 48-Elemente Modells ermittelt wurden, werden als Startwerte für die Optimierung in der zweiten Stufe mit einem 192-Elemente Modell eingesetzt usw.

Da die Koordinaten der Messpunkte generell nicht mit den Koordinaten der Identifikationsknoten übereinstimmen, werden die gemessenen Verschiebungen mittels Triangulation auf die Identifikationsknoten interpoliert. Unter Einhaltung der Symmetriebedingungen wird nur die Hälfte der Breite diskretisiert. Die experimentell bestimmten auf der gegenüberliegenden Seite der Längsmittelachse werden auf die betrachtete Seite gespiegelt und zwei separate Triangulierungen für beide Verschiebungsfelder auf die Identifikationsknoten werden durchgeführt. Für jeden Identifikationsknoten und Verschiebungsrichtung wird der Mittelwert dieser zwei Datensätze berücksichtigt.

3.2.1 Wahl der Modellstruktur und Ablauf der Parameteridentifikation

Da der Laborversuch zeigt, dass das Material im betrachteten Zeitbereich einen definierten Relaxationsvorgang aufweist, wird die Identifikation für das viskoelastische Materialmodell mit einem Relaxationsterm ausgeführt (N=1 in Gleichung (5)), so dass der zugehörige Materialparametersatz gegeben ist mit $\kappa = [\mu_{eq}, \alpha_{eq}, \kappa_{eq}, \mu_{neq}^{k=1}, \alpha_{neq}^{k=1}, \kappa_{neq}^{k=1}, \hat{\tau}^{k=1}]^T$. Die Zielfunktion für das inverse Problem liefert

$$f(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{T_A} [\bar{u}_{ij}(\kappa) - \bar{u}_{ij}^{exp}]^2$$

Die FE-Simulation des Verschiebungsfeldes $\bar{u}_{ij}(\kappa)$ ist kraftgesteuert basierend auf den gemessenen Kräften (siehe Abb. 5). Weiterhin bezeichnet N_g die Anzahl an Identifikationsknoten, welche von der Diskretisierung der verschiedenen FE-Modelle innerhalb des Ablaufs der Parameteridentifikation abhängt. Die Diskretisierung innerhalb der Multi-Level-Strategie bei Stufe vier ergibt $N_g = N_g^{lev_4} = 59$. Die mittels der FEM berechneten Verschiebungen $\bar{u}_{ij}(\kappa)$ und die gemessenen Verschiebungen \bar{u}_{ij}^{exp} haben jeweils zwei Richtungen. Somit summiert sich die Anzahl von Termen in der Fehlerquadratsumme auf zu $59 \times 40 \times 2 = 4720$ pro Iterationsschritt bei Stufe vier mit einer FEM Diskretisierung mit 2400 Elementen. Berücksichtigt man, dass Verschiebungsdaten des Experimentes gespiegelt wurden, ergibt die gesamte Anzahl an Verschiebungsdaten, die innerhalb des Optimierungsalgorithmus‘ verglichen wird, $2 \times 4720 = 9440$ pro Iterationsschritt.

Aufgrund der Nichtkonvexität der Zielfunktion und der Existenz von (vielen) lokalen Minima wird eine hybride Methode - die Anwendung der Levenberg-Marquardt-Methode zur Suche verschiedener lokaler Minima für stochastisch gewählte Startparametersätze - angewendet. Grundsätzlich wird beobachtet, dass für jeden neuen Startpunkt eine Anzahl von acht Iterationsschritten mit der Levenberg-Marquardt-Methode ausreichend sind, um festzustellen, ob der Startpunkt zu einem lokalen Minimum führt, oder ob diese Iteration aufgrund von Divergenz verworfen werden kann. Der Satz von Materialparametern mit der kleinsten Fehlerquadratsumme - ausgewählt aus allen lokalen Minima und somit als ‘optimal’ bezeichnet - wird in Tabelle 1 aufgeführt.

μ_{eq} [MPa]	α_{eq} [-]	κ_{eq} [MPa]	$\mu_{neq}^{k=1}$ [MPa]	$\alpha_{neq}^{k=1}$ [-]	$\kappa_{neq}^{k=1}$ [MPa]	$\hat{\tau}^{k=1}$ [s]
0.317966	2.32189	2.03756	1.14988	1.29458	0.888432	2.17529

Tabelle 1: Identifizierte Materialparameter, PU-Klebstoff

3.2.2 Verifikation

Innerhalb der Verifikation werden die simulierten Daten – berechnet mit den optimalen Parametern für das FE-Modell mit 2400 Elementen – mit den experimentell ermittelten Daten, die zur Parameteridentifikation verwendet wurden, verglichen. Hierbei werden die Qualität der identifizierten Parameter sowie die Eignung des konstitutiven Modells, das viskoelastische Verhalten des Materials zu beschreiben, untersucht.

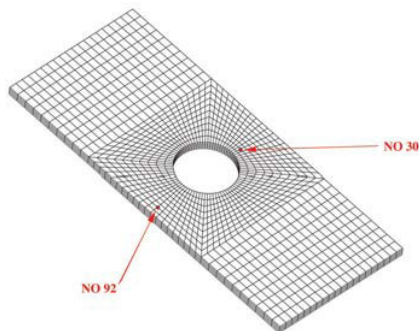


Abb. 6: FE-Modell Model; Repräsentative Identifikationsknoten

Hierfür werden zwei repräsentative Identifikationsknoten aus $N_g = 59$ gewählt. Der erste trägt die Nummer 30, der zweite wurde für die gesamte Diskretisierung mit 118 Identifikationsknoten zurückgespiegelt und trägt die Nummer 92, wie in Abb. 6 dargestellt. Die Verifikation zeigt, dass eine sehr gute qualitative und quantitative Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation beobachtet werden kann (siehe Abb. 7-8).

Bemerkungen:

Ein Elastomer weist immer mehrere verschiedene überlagerte Relaxationseffekte innerhalb des Lang- und verschiedener Kurzzeitbereiche auf, welche nur mittels mehrerer Relaxationsmechanismen simuliert werden können

und deren Parameter nur in Verbindung mit verschiedenen Versuchen für diese Zeitbereiche identifiziert werden können. Somit muss erwähnt werden, dass die Gleichgewichts-Parameter, die in der oben aufgeführten Identifi-

kation ermittelt wurden, nur Parameter für einen 'Pseudo-Gleichgewichtszustand' darstellen, welche sich auf einen Zeitbereich beziehen, welcher nicht (viel) länger als das betrachtete Experiment ist. Weiterhin könnten die Versuche zu wenige Informationen über das (viskoelastische) Verhalten unter Druck haben (nur Teile des Probekörpers am Loch weisen eine Druckbelastung auf). Die Gültigkeit des identifizierten Parametersatzes für Belastungszustände, in denen Druck dominiert, wird allerdings in diesem Beispiel nicht untersucht.

Da in dieser Untersuchung nur ein Versuch für einen Probekörper betrachtet wurde, kann keine Folgerung über die Gültigkeit der identifizierten Parameter gemacht werden. Die Methode der Parameteridentifikation für mehrere Versuche wird jedoch in den folgenden Beispielen beschrieben.

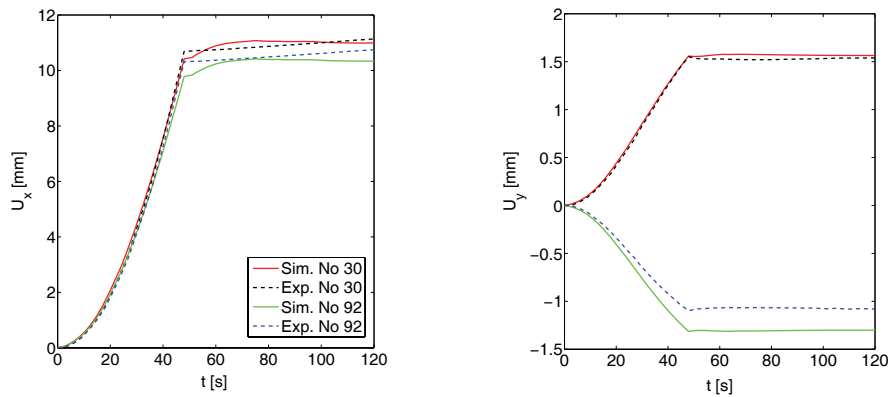


Abb. 7: Ende der Identifikationsiteration. Längs- und Querverschiebungen über der Zeit

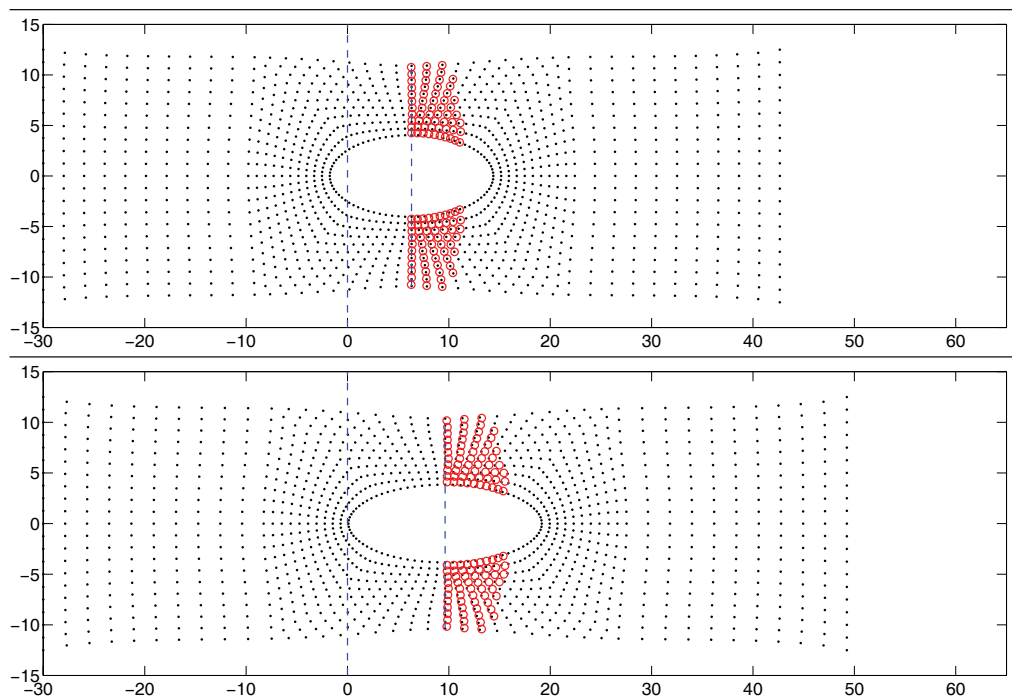


Abb. 8: Ende der Iteration: Interpolierte gemessene Verschiebungen (rot) über den Identifikationsknoten für die Lastschritte 13 (oben) und 40 (unten).

3.3 Polyurethanschaum

In diesem Unterabschnitt wird der Algorithmus für die Identifikation von Materialparametern für das viskoelastische Stoffgesetz mit einem Relaxationsterm präsentiert, in den Daten von drei verschiedenen Versuchen berücksichtigt werden.

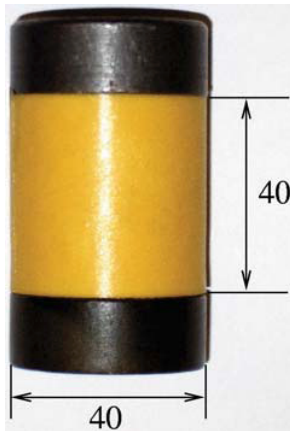


Abb. 9: Probekörper

Das Material ist ein Polyurethanschaum mit einer überwiegend geschlossenen Zellstruktur, der in Druckversuchen untersucht wird (siehe Abb. 10). Die inhomogenen dreidimensionalen Verschiebungsfelder auf der Oberfläche der Probekörper werden mit Hilfe des Verfahrens der Grauwertkorrelation berührungslos gemessen. Aufgrund der zellularen Struktur weisen diese Materialien geringe Querdehnungen und eine hohe Volumenkompressibilität auf. Die Probekörper aus dem zellularen Polyurethan werden als gerade Kreiszyylinder mit einer Höhe und einem Durchmesser von 40 mm gefertigt (siehe Abb. 9). Um in den Druckversuchen definierte Randbedingungen festzulegen, wurden Stahlzylinder auf beide Enden der Probekörper geklebt. Die Probekörpergeometrie in Verbindung mit ihrer Einspannung wird somit in Druckversuchen zu inhomogenen Spannungszuständen führen.

Eine gebräuchliche Anwendung finden Polyurethanschäume im Automobilbau als Zusatzfedern im Fahrwerk. Für die Simulation dieser Bauteile ist sowohl das Materialverhalten unter kleinen Lasten als auch für extreme Belastungen von Interesse.

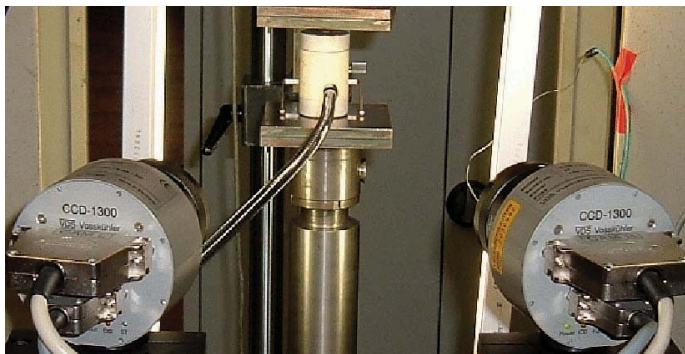


Abb. 10: Versuchsaufbau

Basierend auf drei verschiedenen Druckversuchen – durchgeführt an zwei Probekörpern aus verschiedenen Chargen mit der selben Dichte und chemischer Zusammensetzung – sollen die Materialparameter des viskoelastischen Materialgesetzes mit einem Relaxationsmodul identifiziert werden. Die zu Versuchen A, B und C zugehörigen Kraft-Zeit-Kurven sind in Abb. 11 dargestellt, wobei F die Gesamtkraft in Lastrichtung ist. Es ist zu bemerken, dass Versuch C in sechs Lastschritten mit Haltezeiten bis zur annähernd kompletten Spannungsrelaxation belastet wird. Am Ende jeder Haltezeit wird eine Aufnahme mit den CCD-Kameras für die Verschiebungsmessung gemacht.

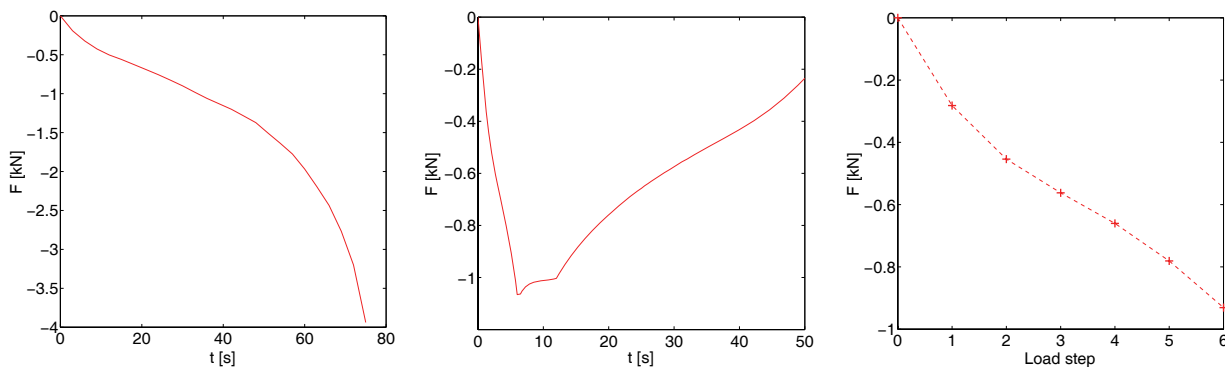
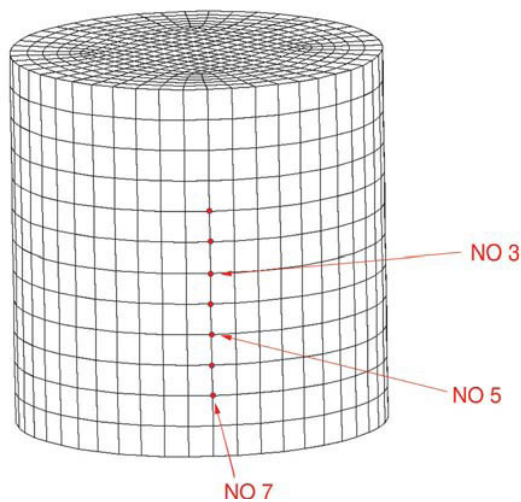


Abb. 11: Gemessene Kraft-Zeit Kurven für die Versuche A (links), B (Mitte) und C (rechts). Diese Kraft-Zeit-Daten werden für die Kraftsteuerung der zugehörigen Simulationen verwendet.

3.3.1 Parameteridentifikation für PU-Schaum

Es ist zu erwähnen, dass im ersten Schritt einer Druckbelastung das Materialverhalten erheblich von der Deformation des Zellvolumens beeinflusst wird und somit vornehmlich über den Fluid-Anteil des Materials dominiert wird. Im weiteren Belastungsverlauf bestimmt maßgeblich der Festkörperanteil das Deformationsverhalten. Für das viskoelastische Materialgesetz wird kein eigener Ansatz für die Beschreibung des mechanischen Verhaltens der zellularen Mikrostruktur gemacht. Es soll jedoch die Anwendbarkeit dieses konstitutiven Gesetzes für PU-Schaum untersucht werden. Ohne den gesamten Relaxationsvorgang für Langzeit-Belastungen zu berücksichtigen wird die Identifikation für das viskoelastische Materialgesetz mit einem Relaxationsterm $N=1$ in Gleichg. (5) durchgeführt.



Für die Simulation der Versuche wird eine FE-Diskretisierung des Probekörpers mit 1296 Hexaeder-Standard-Verschiebungselementen (Q1) verwendet. Für das FE-Modell werden die zugehörigen Randbedingungen sowie Symmetriebedingungen in radialer Richtung aufgebracht und somit wird nur ein Viertel der Grundfläche diskretisiert. Abb. 12 zeigt das gesamte FE-Netz mit der Diskretisierung des entsprechenden FE-Modells mit 1296 Elementen. Die gemessenen Verschiebungen in Radial- und Längsrichtung werden linear auf die Identifikationsknoten interpoliert. Die entsprechenden FE-Simulationen sind kraftgesteuert basierend auf den gemessenen Kräften (siehe Abb. 11).

Um die drei Versuche vergleichbar für die spätere Identifikation zu machen werden identische Identifikationsknoten für alle drei Tests gewählt.

Abb. 12: Gesamtes FEM-Modell; Identifikationsknoten

Um alle Parameter für die Versuche A, B und C gleichzeitig zu identifizieren, wird folgender Fehlerquadratansatz

$$f(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \left[\underbrace{\sum_{j=1}^{T_A} \left[\mathbf{w}_{ij} \cdot \left[\bar{\mathbf{u}}_{ij}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{\text{exp}} \right] \right]^2}_A + \underbrace{\sum_{k=1}^{T_B} \left[\mathbf{w}_{ik} \cdot \left[\bar{\mathbf{u}}_{ik}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ik}^{\text{exp}} \right] \right]^2}_B + \underbrace{\sum_{l=1}^{T_C} \left[\mathbf{w}_{il} \cdot \left[\bar{\mathbf{u}}_{il}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{il}^{\text{exp}} \right] \right]^2}_C \right]$$

verwendet.

Es sind T_A , T_B und T_C die betrachteten Anzahlen an Zeitschritten für die drei Versuche. In Versuch A beträgt die Anzahl an Zeitschritten $T_A=25$ mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 3$ s. Für Versuch B entspricht die Anzahl an Zeitschritten $T_B=100$ mit einer Zeitschrittweite von $\Delta t = 0.5$ s. In Versuch C liegt eine gesamte Anzahl von 6 Zeitschritten vor, in der wir eine Zeitschrittweite von $\Delta t \rightarrow \infty$ setzen (siehe oben), was bedeutet, dass für die Simulation dieser Schritte nur die Gleichgewichtsterme beitragen. Darüber hinaus bezeichnet N_g die Anzahl an Identifikationsknoten, welche identisch für alle Versuche ist und für die FE-Diskretisierung mit 1296 Elementen $N_g=7$ beträgt. Es folgt, dass die Anzahl an Termen in der Fehlerquadratsumme sich auf $7 \times [25+100+6] \times 2 = 1834$ pro Iterationsschritt des Optimierungsalgorithmus' summiert.

Es muss berücksichtigt werden, dass die Längsverschiebungen deutlich größer als die Radialverschiebungen sind. Des Weiteren sollen bestimmte Zeitschritte innerhalb der jeweiligen Versuche hervorgehoben werden. Ebenfalls müssen – u.a. aufgrund der unterschiedlichen Gesamtanzahlen an Zeitschritten in den Versuchen – die Versuche untereinander gewichtet werden. Somit werden die Wichtungsmatrizen \mathbf{w}_{ij} , \mathbf{w}_{ik} und \mathbf{w}_{il} , welche sich auf jeden individuellen Zeitschritt und zugehörige Verschiebungsrichtungen beziehen, eingeführt. Es ist zu bemerken, dass verschiedene Wichtungen zu verschiedenen Lösungen führen.

Der Parametersatz, der für alle ermittelten lokalen Minima zur kleinsten Fehlerquadratsumme führt wird in Tabelle 2 aufgeführt.

μ_{cq} [MPa]	α_{cq} [-]	κ_{cq} [MPa]	$\mu_{neq}^{k=1}$ [MPa]	$\alpha_{neq}^{k=1}$ [-]	$\kappa_{neq}^{k=1}$ [MPa]	$\hat{t}^{k=1}$ [s]
0.77276	1.77816	1.16421	0.72819	10.04931	10.17078	0.21958

Tabelle 2: Identifizierter Parametersatz, PU-Schaum

3.3.2 Verifikation für PU-Schaum

Für die Verifikation werden aus $N_g = 7$ drei repräsentative Identifikationsknoten gewählt, welche die Nummern 3, 5 und 7 tragen. In Abb. 13-15 wird die Simulation für den identifizierten Parametersatz den experimentell ermittelten Daten gegenübergestellt. Dabei bezeichnen U_z und U_r die Verschiebungen in Längs- bzw. Radialrichtung. In den jeweils rechts dargestellten Bildern wird für den genannten Zeitschritt das interpolierte gemessene Verschiebungsfeld (rechte Hälfte, blaue Marker) mit dem simulierten Verschiebungsfeld (linke Hälfte, rote Marker) verglichen. Es ist anzumerken, dass die optischen Messungen nicht die komplette Probe nach oben und unten bis zu den Einspannungen berücksichtigen können.

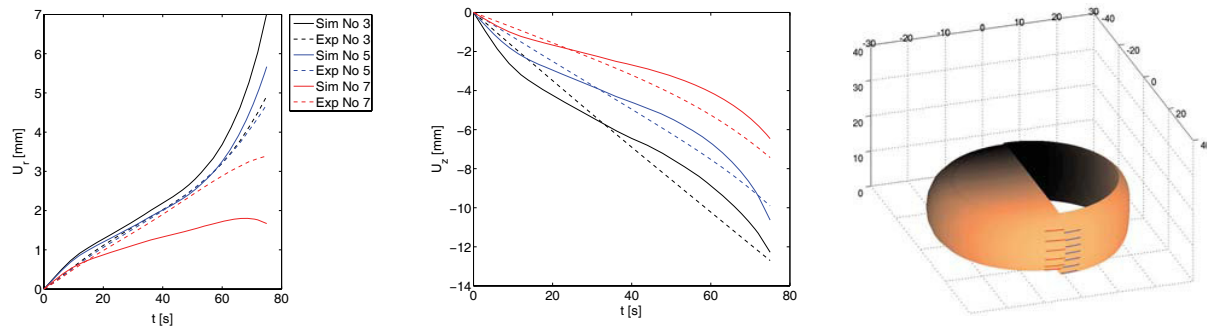


Abb. 13: Verifikation für Versuch A: Links und Mitte: Verschiebungen über der Zeit für drei repräsentative Identifikationsknoten. Rechts: Zeitschritt 25

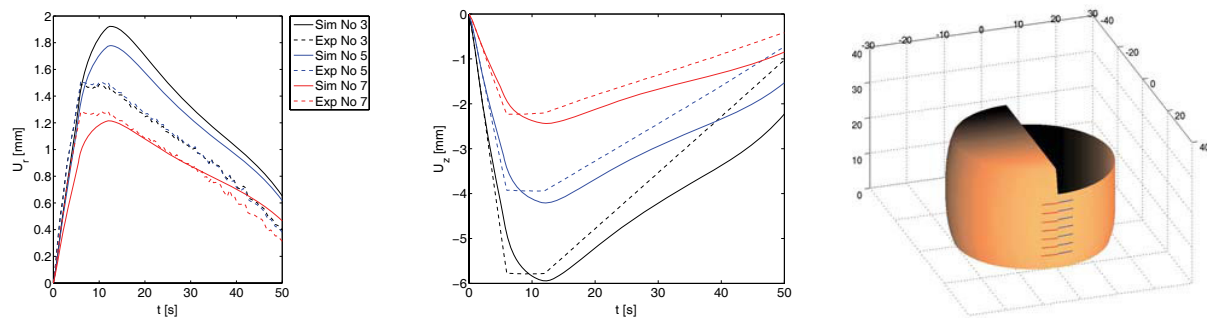


Abb. 14: Verifikation für Versuch B: Links und Mitte: Verschiebungen über der Zeit für drei repräsentative Identifikationsknoten. Rechts: Zeitschritt 24

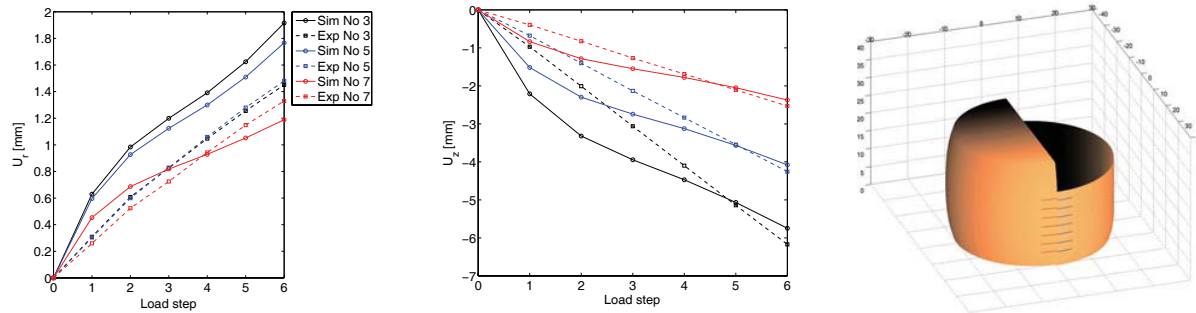


Abb. 15: Verifikation für Versuch C: Links und Mitte: Verschiebungen über der Zeit für drei repräsentative Identifikationsknoten. Rechts: Lastschritt 6

3.4 Kompaktes Polyurethan

In diesem Beispiel wird die Parameteridentifikation für ein kompaktes Polyurethan, welches innerhalb verschiedener Zeitbereiche belastet wird, beschrieben. Die grundlegenden Beobachtungen, die in einem Kurzzeit- und einem Langzeit-Relaxationsversuch sowie einem Kurzzeitversuch mit einem Lastzyklus gemacht werden, motivieren die Auswahl einer Struktur des o.g. viskoelastischen Materialmodells mit zwei Relaxationsmodulen. Unter Anwendung der Methode der gleichzeitigen Identifikation für mehrere Versuche können hierbei die experimentellen Lastaufbringungszeiten in Langzeitversuchen zeitlich abgekürzt werden, und die Prozedur zur Parameteridentifikation bezieht sich nun auf experimentelle Daten von Kurz- und Langzeitversuchen, ohne dass die Parameter entsprechend dieser Zeitbereiche separiert werden müssen.

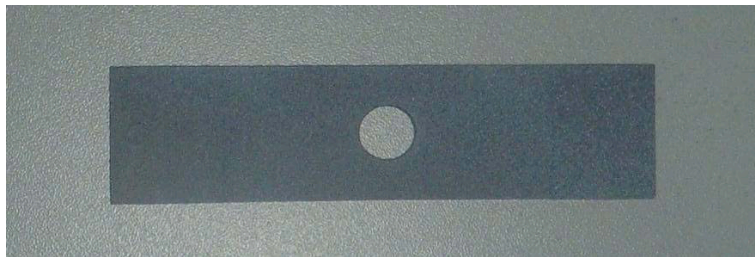


Abb. 16: Probekörper PU D44

Die Probekörper des kompakten Polyurethans mit der Handelsbezeichnung PU D44 werden in Platten gefertigt. Für die Messung der zweidimensionalen Verschiebungsfelder auf der Oberfläche der Probe wird die Methode der Grauwertkorrelation verwendet. Es wird folgendes Versuchsprogramm durchgeführt: **Versuch A** ist ein Zugversuch mit einem Lastzyklus; **Versuch B** ist ein Relaxationsversuch; **Versuch C** ist ein Langzeitversuch mit sechs Halteschritten. Am Ende jedes Halteschrittes wird für die Verschiebungsmessung eine Aufnahme der Probe mit der CCD-Kamera gemacht.

Die zugehörigen Kraft-Zeit-Kurven für die Versuche A, B und C sind in Abb. 17 dargestellt, wobei F die Gesamtkraft in Lastrichtung ist.

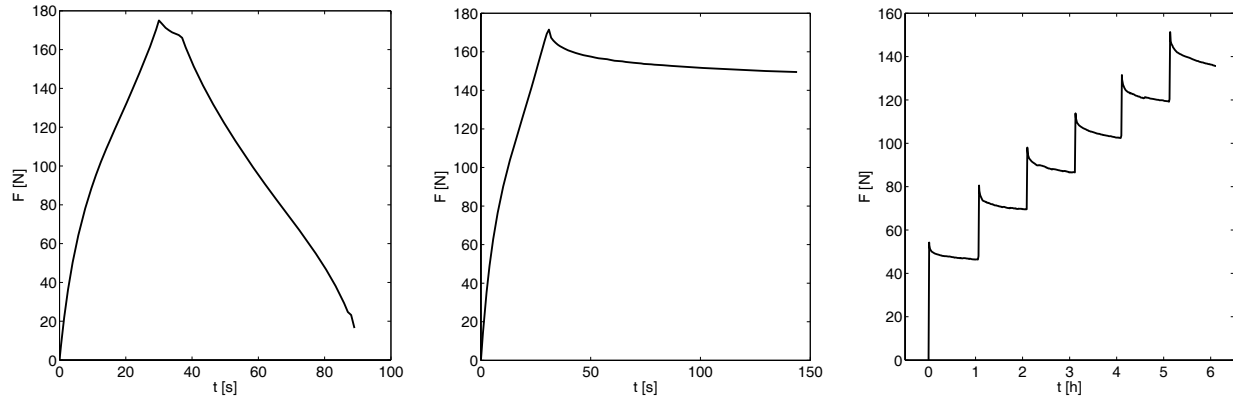


Abb. 17: Gemessene Kraft-Zeit-Kurven für die Versuche A (links), B (Mitte) und C (Rechts). Diese Kraft-Zeit-Daten werden für die Kraftsteuerungen der zugehörigen Simulationen verwendet.

3.4.1 Parameteridentifikation

Es werden zwei Relaxationsterme $N = 2$ für das viskoelastische Materialmodell implementiert (siehe Gleichung (5)). Vier FE-Diskretisierungen des Probekörpers mit achtknotigen 'enhanced elements' (Q1E9) werden innerhalb einer *Multi-Level-Strategie* [11] (siehe oben) verwendet.

Dabei werden die Symmetriebedingungen in Längs- und Querrichtung für die FE-Modelle angewendet und somit werden nur die Hälfte der Breite und der Dicke diskretisiert. Mittels Triangulation werden die gemessenen Verschiebungen linear auf die Identifikationsknoten interpoliert. Um die drei Versuche vergleichbar für die spätere Identifikation zu machen, werden identische Identifikationsknoten für alle drei Tests gewählt.

Zur gleichzeitigen Identifikation der Parameter für die Versuche A, B und C wird der Fehlerquadratansatz

$$f(\kappa) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \left[\underbrace{\sum_{j=1}^{T_A} \left[\mathbf{W}_{ij} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{ij}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{\text{exp}}] \right]^2}_A + \underbrace{\sum_{k=1}^{T_B} \left[\mathbf{W}_{ik} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{ik}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{ik}^{\text{exp}}] \right]^2}_B + \underbrace{\sum_{l=1}^{T_C} \left[\mathbf{W}_{il} \cdot [\bar{\mathbf{u}}_{il}(\kappa) - \bar{\mathbf{u}}_{il}^{\text{exp}}] \right]^2}_C \right]$$

angewendet. Zur Wichtung der Lastschritte und der Verschiebungsrichtungen werden die Matrizen \mathbf{W}_{ij} , \mathbf{W}_{ik} und \mathbf{W}_{il} einbezogen. Da bei Versuch C die Verschiebungen der Einspannung während der einzelnen Halteschritte festgehalten werden, wird für die Parameteridentifikation das am Ende jeden Halteschrittes gemessene Verschiebungsfeld für 77 Stützstellen verwendet. Obwohl die ersten 76 Stützstellen keine exakten Messdaten darstellen, können diese genutzt werden, die Verschiebungsfelder mit einer hinreichenden Genauigkeit wiederzugeben. Diese kleine Verminderung der Genauigkeit wird mittels kleinerer Wichtungen für die ersten 76 Stützstellen jeder Haltezeit berücksichtigt.

Der Parametersatz, der für alle ermittelten lokalen Minima in *Level 4* zur kleinsten Fehlerquadratsumme führt, ist in Tabelle 3 aufgeführt. Es ist zu bemerken, dass für die FE-Diskretisierung mit 2400 Elementen bei *Level 4* die Anzahl an Termen in der Fehlerquadratsumme – also die Anzahl an verglichenen Mess- und Simulationsdaten – sich auf 322480 pro Lastschritt beläuft.

μ_{eq}	α_{eq}	κ_{eq}	$\mu_{neq}^{k=1}$	$\alpha_{neq}^{k=1}$	$\kappa_{neq}^{k=1}$	$\hat{\tau}^{k=1}$	$\mu_{neq}^{k=2}$	$\alpha_{neq}^{k=2}$	$\kappa_{neq}^{k=2}$	$\hat{\tau}^{k=2}$
[MPa]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]	[MPa]	[s]	[MPa]	[-]	[MPa]	[s]
1.6618	2.4688	8.9079	3.0272	1.5599	0.1694	4.5530	2.0773	1.1795	0.6390	9806.90

Tabelle 3: Identifizierter Parametersatz, kompaktes PU

Für die Verifikation werden zwei repräsentative Identifikationsknoten aus $N_g = 116$ gewählt, die die Nummern 60 und 103 tragen (siehe Abb. 18).

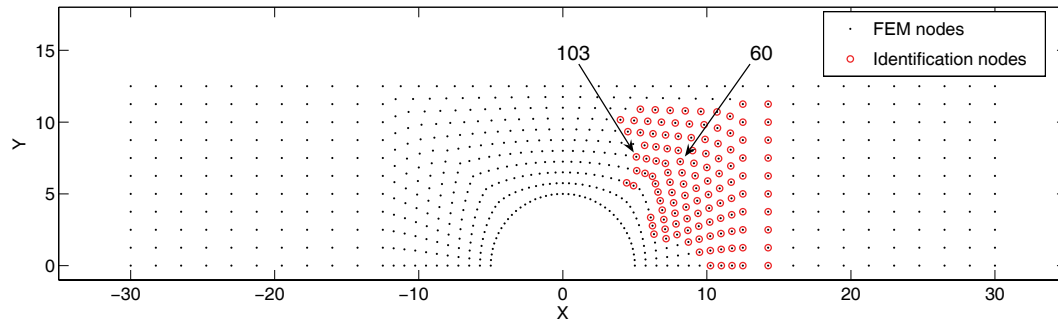


Abb. 18: Identifikationsknoten für die Versuche A, B und C für das FE-Modell mit 2400 Elementen; Repräsentative Identifikationsknoten 60 und 103

Die Verifikation zeigt, dass die vorgeschlagene Verfahrensweise eine gute Übereinstimmung zwischen experimentellen und simulierten Verschiebungsdaten für alle betrachteten Experimente liefert. Darüber hinaus sind durch den Einsatz dieser Methode zeitaufwendige Langzeitversuche bis zur völligen Spannungsrelaxation nicht weiter notwendig.

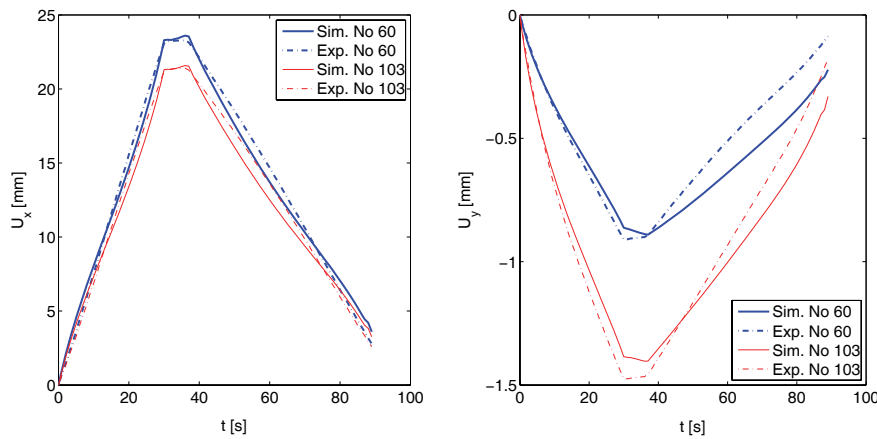


Abb. 19: Verifikation für Versuch A

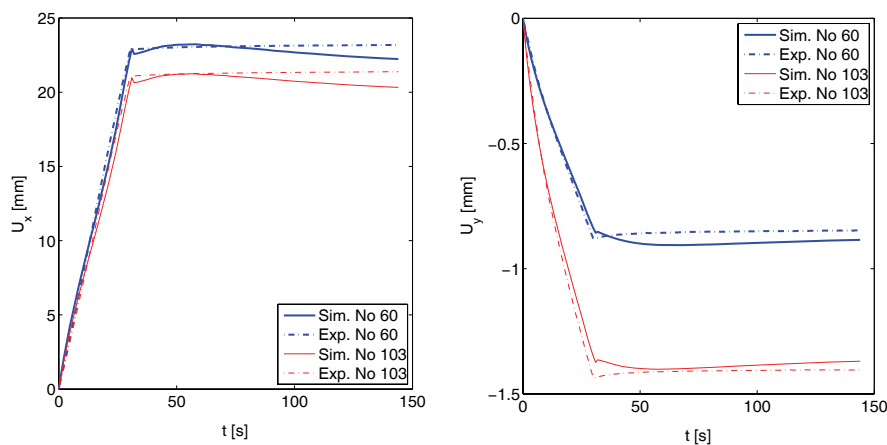


Abb. 20: Verifikation für Versuch B

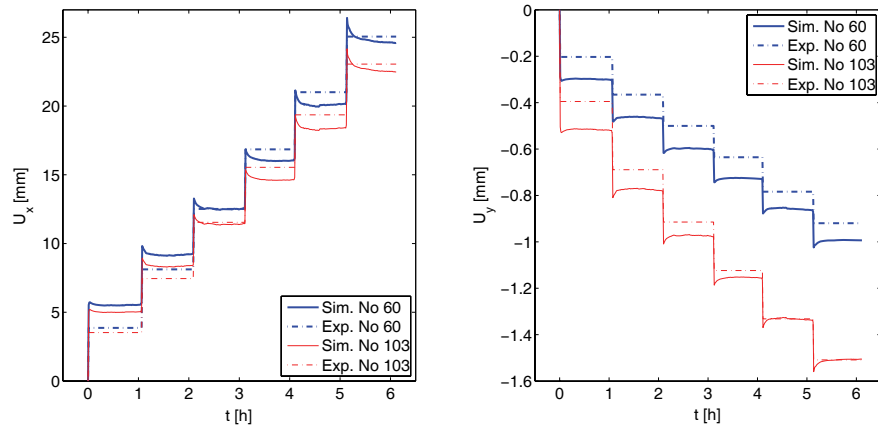


Abb. 21: Verifikation für Versuch C

4 Parameteridentifikation für 'von Mises Plastizität'

Für die Parameteridentifikation des hier betrachteten Aluminiumgusses werden die Verschiebungsfelder von drei Probekörpern in drei Zugversuchen A, B und C gemessen. Die Inhomogenität des Spannungszustands wird bei diesen Probekörpern gezielt durch eine Bohrung hervorgerufen und somit gleichzeitig der Ort der Einschnürung definiert.



Abb. 22: Versuchsprobe mit stochastischem Muster

Damit bei der späteren Identifikation sicher zwischen den rein elastischen und plastischen Anteilen der Deformation unterschieden werden kann, wird für alle drei Versuche ein Versuchsprogramm mit einer (elastischen) Entlastung gewählt. Die experimentellen Ergebnisse sind die Kraft-Zeit Kurven, wobei F die totale Kraft in Lastrichtung darstellt, und die zweidimensionalen Verschiebungen der Messpunkte in Längs- (x) und Querrichtung (y) auf dem betrachteten Bereich der Oberfläche der Probekörper.

4.1 Parameteridentifikation

Das mechanische Verhalten des betrachteten Aluminium Gusswerkstoffes wird mit 'von Mises Plastizität' mit isotroper Sättigungsverfestigung und assoziierter Fließregel simuliert [7]. Bei dieser Formulierung setzt plastisches Fließen ein, wenn die zweite Invariante $J_2^{\text{dev}} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\sigma}^{\text{dev}}\|^2$ des deviatorischen Anteils $\boldsymbol{\sigma}^{\text{dev}}$ der Cauchy-Spannungen den Wert $\frac{1}{3} h^2$ erreicht, somit lautet die Fließfunktion $\Phi = \|\boldsymbol{\sigma}^{\text{dev}}\| - \sqrt{2/3} h$. Das Verfestigungsgesetz wird definiert durch $h = y_0 + H \alpha + [y_\infty - y_0] [1 - \exp(-\omega \alpha)]$ mit der verzerrungsähnlichen Variablen α . Der Satz von Materialparametern für das verwendete Stoffgesetz lautet $\kappa = [E, \nu, y_0, y_\infty, \omega, H]$. Hierbei ist E der Elastizitätsmodul, ν die Querkontraktionszahl, H der lineare Verfestigungsmodul, ω der exponentielle Verfestigungsmodul, y_0 die Fließspannung zu Beginn (der jungfräulichen Probe) und y_∞ die Fließspannung bei Sättigung.

Bei der 'von Mises Plastizität' wird der dreidimensionale Spannungszustand anhand der eindimensionalen Vergleichsspannung $\sigma_e = \sqrt{3/2} \|\boldsymbol{\sigma}^{\text{dev}}\|$ mit der eindimensionalen Fließspannung h verglichen. Da für die folgende Parameteridentifikation Messdaten für inhomogene Verzerrungszustände und somit mehrachsige Spannungszustände verwendet werden, wird die Anwendbarkeit der 'von Mises Plastizität' für den betrachteten Gusswerkstoff überprüft.

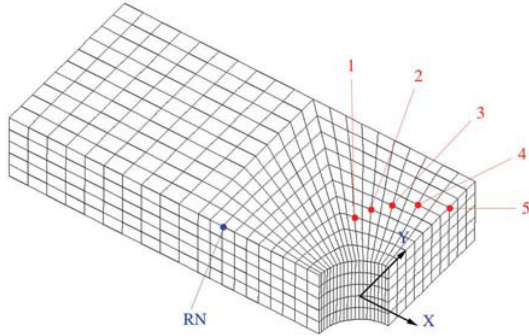


Abb. 23: FE-Modell; repräsentative Identifikationsknoten

Für die Parameteridentifikation müssen Effekte wie das Rutschen in der Einspannung und der Einfluss der Maschinensteifigkeit ausgeschlossen werden können. Deshalb werden innerhalb des Identifikationsalgorithmus die gemessenen und die simulierten Verschiebungen relativ zu einem Identifikationsknoten I_{rel} berechnet (siehe Abb. 23 (RN)). Hierbei kann die Messung des Verschiebungsfeldes auf einen Ausschnitt des Probekörpers beschränkt werden. Darüber hinaus muss das FE-Modell in der Länge nur so weit diskretisiert werden, bis ein näherungsweise homogener Spannungszustand in ausreichendem Abstand zu der Bohrung angenommen werden kann. Diese Vorgehensweise erlaubt eine äquivalente Kräfteinleitung in der FE Simulation in Analogie zum Experiment. Für die Simulation der Versuche wird eine FE Diskretisierung des Probekörpers mit 1500 achtknotigen Enhanced-Elementen (Q1E9) verwendet. Aufgrund der Symmetrie der Geometrie der Probekörper wird nur die Hälfte der Breite, die Hälfte der Länge und die Hälfte der Dicke diskretisiert (siehe Abb. 23). Die Randbedingungen werden unter Einhaltung der oben genannten Symmetriebedingungen in Übereinstimmung mit dem Experiment gesetzt. Die gemessenen Verschiebungen werden auf die Identifikationsknoten mittels Triangulation interpoliert. Um die drei Versuche A, B und C vergleichbar zu machen, werden für alle drei Versuche identische Identifikationsknoten verwendet.

4.1.1 Parameteridentifikation für relative Verschiebungen

Für jeden Lastschritt j und für alle Identifikationsknoten i werden die Differenzen von den Verschiebungen zum Identifikationsknoten I_{rel} gebildet (für I_{rel} sei $i = i_r$). Somit betragen bei jedem Lastschritt j die relativen Verschiebungen für die FE-Simulation $\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$ und für die interpolierten gemessenen Verschiebungen $\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}^{exp} - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{exp}$. Zur Parameteridentifikation für einen einzelnen Versuch wird somit die folgende Zielfunktion verwendet

$$f(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^N \left[\left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) \right] - \left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}^{exp} - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{exp} \right] \right]^2. \quad (12)$$

Für die gleichzeitige Berücksichtigung der drei Versuche A, B und C wird folgende Zielfunktion eingeführt

$$f^{ABC}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_g} \left(\underbrace{\sum_{j=1}^{T_A} \left[\left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) \right] - \left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,j}^{exp} - \bar{\mathbf{u}}_{ij}^{exp} \right] \right]^2}_{A(P83)} + \underbrace{\sum_{k=1}^{T_B} \left[\left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,k}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_{ik}(\boldsymbol{\kappa}) \right] - \left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,k}^{exp} - \bar{\mathbf{u}}_{ik}^{exp} \right] \right]^2}_{B(P84)} + \underbrace{\sum_{l=1}^{T_C} \left[\left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,l}(\boldsymbol{\kappa}) - \bar{\mathbf{u}}_{il}(\boldsymbol{\kappa}) \right] - \left[\bar{\mathbf{u}}_{i_r,l}^{exp} - \bar{\mathbf{u}}_{il}^{exp} \right] \right]^2}_{C(P85)} \right). \quad (13)$$

Die drei Versuche haben die gleiche Anzahl an Lastschritten $T_A = T_B = T_C = 80$ sowie die gleiche Anzahl an Identifikationsknoten $N_g = 159$. Die Simulation der Verschiebungsfelder $\bar{u}_{ij}(\kappa)$, $\bar{u}_{ik}(\kappa)$ und $\bar{u}_{il}(\kappa)$ der drei Versuche ist kraftgesteuert mit den gemessenen Kräften der zugehörigen realen Experimente. Es ist zu bemerken, dass sich die Anzahl an Termen in der Zielfunktion auf 76320 pro Iterationsschritt des Optimierungsalgorithmus' beläuft: In der Zielfunktion gehen für 159 Identifikationsknoten bei 3 Versuchen mit jeweils 80 Lastschritten die gemessenen und simulierten Verschiebungen in jeweils 2 Richtungen ein.

4.1.2 Verifikation

Die Diagramme in Abb. 24 zeigen die Kraft über den relativen Verschiebungen für die drei Versuche A, B und C, wobei sich die dargestellten Kurven jeweils auf die in Abbildung 2 markierten Identifikationsknoten 1-5 beziehen. U_x und U_y sind die relativen Verschiebungen in Längs- bzw. in Querrichtung.

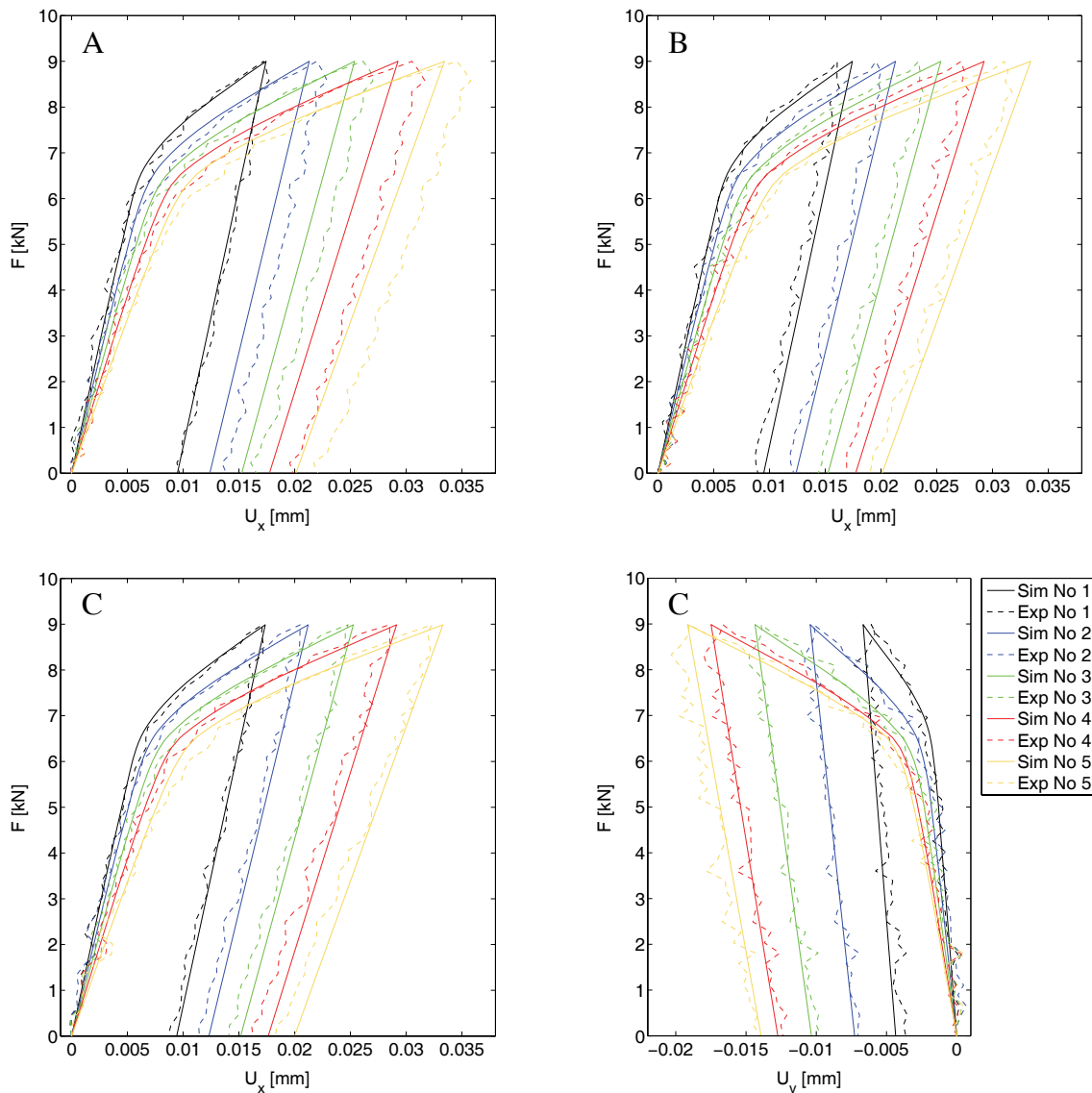


Abb. 24: Verifikation: Oben: Versuche A und B; Unten: Versuch C

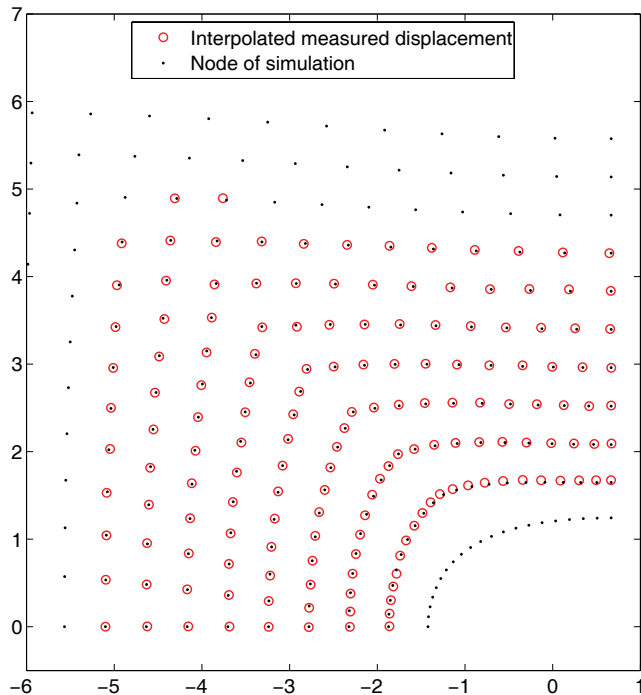


Abb. 25: Verifikation für Versuch C bei Lastschritt 40;
Die Verschiebungen wurden für diese Darstellung
mit dem Faktor 20 skaliert.

Abb. 25 zeigt die Verifikation für alle Identifikationsknoten bei Versuch C bei Lastschritt 40. Zur deutlicheren Darstellung wurden die interpolierten experimentellen und die simulierten Verschiebungen hier mit dem Faktor 20 skaliert. Die Verifikation zeigt, dass das Stoffgesetz geeignet ist, das mechanische Verhalten des betrachteten Gusswerkstoffes qualitativ und quantitativ hinreichend genau zu simulieren. Die berechneten inhomogenen Verschiebungen im Bereich der Bohrung, welche aus dem mehrachsigen Spannungszustand resultieren, stimmen sehr gut mit den jeweiligen experimentell bestimmten Verschiebungen überein. Weiterhin wird deutlich, dass die Minimierung der Zielfunktion einen Parametersatz liefert, der die Simulationen für die jeweiligen Experimente über die drei Versuche mittelt. Somit ist diese Vorgehensweise geeignet, die Streuungen der experimentellen Daten zu berücksichtigen.

5 Zusammenfassung

Die Finite-Elemente-Methode ermöglicht genaue Vorhersagen des mechanischen Verhaltens von Bauteilen nur dann, wenn ein geeignetes Materialgesetz verwendet und die zugehörigen Materialparameter für den betrachteten Werkstoff bekannt sind. Ein gängiges Verfahren ist die Ermittlung von Materialparametern auf direktem Weg aus Zugversuchen mit homogenen Verzerrungszuständen an Standard-Prüfkörpern. Die hierbei ermittelten Parameter lassen sich jedoch oftmals nur unzureichend für die Simulation des Verformungsverhaltens komplexer Bauteilgeometrien einsetzen. Um auch mehraxiale Verzerrungszustände hinreichend genau simulieren zu können, ist es notwendig, die Parameter anhand von inhomogenen Verschiebungsfeldern zu identifizieren [4].

Um Streuungen von experimentellen Daten berücksichtigen und eine höhere Zuverlässigkeit der Parameter gewährleisten zu können, müssen mehrere Versuche in die Identifikation eingehen. Nur die Verwendung experimenteller Daten, die alle mechanischen Vorgänge ansprechen, welche das konstitutive Gesetz simulieren kann, kann Instabilitäten in der Lösung vermeiden. Die aufgeführte Methode der simultanen Identifikation aller Parameter für mehrere Versuche führt zu einem Parametersatz, welcher allen Versuchen gleich gut gerecht wird.

Literatur

- [1] B. Kleuter, A. Menzel, and P. Steinmann. Generalized Parameter Identification for Finite Viscoelasticity. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 196:3315-3334, 2007.
- [2] U. Pfaff, G. Bednarek, B. Kleuter, P. Steinmann, Parameteridentifikation für Getriebegehäuse - FE-Simulation einer Aluminium-Druckguss-Legierung. *ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift*, 03/2008.
- [3] M. Bosseler, B. Kleuter, R. Renz, P. Steinmann. Experiment and Parameter Identification for the Simulation of Compact und Cellular PUR. *Kautschuk Gummi Kunststoffe*, 2007:597-607.
- [4] R. Mahnken und E. Stein. A unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of the finite element method. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 136:225-258, 1996.
- [5] R. Mahnken. Identification of Material Parameters for Constitutive Equations. *Encyclopedia of Computational Mechanics*, 2:637-655, Wiley, 2004.
- [6] D. Winter. *Optische Verschiebungsmessung nach dem Objektrasterprinzip mit Hilfe eines flächenorientierten Ansatzes*. Dissertation, Universität Braunschweig, 1993.
- [7] J.C. Simo und T.J.R. Hughes. *Computational Inelasticity*. Springer, 1998.
- [8] S. Govindjee und S. Reese, A presentation und comparison of two large deformation viscoelasticity models, *ASME J. Eng. Mat. Tech.*, 119 (1997) 251-255.
- [9] R. W. Ogden, *Non-Linear Elastic Deformations*, Dover (1984).
- [10] S. Reese und S. Govindjee, A theory of finite viscoelasticity und numerical aspects, *Int. J. Solids Struct.* 35 (1998) 3455-3482.
- [11] R. Mahnken und E. Stein, Parameter identification for finite deformation elasto-plasticity in principal directions, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 147 (1997) 17-39.

Autoren

Bernd Kleuter, Marc Bosseler
 PARSOLVE, Marc Bosseler & Dr. Bernd Kleuter GbR
 Konrad-Adenauer-Straße 7
 67663 Kaiserslautern
 E-Mail: contact@parsolve.de
 WWW.: <http://parsolve.de>

Danksagungen:

Die Messwerte für das Beispiel des Polyurethan-Klebstoffes (Unterabschnitt 3.2) wurde von der Arbeitsgruppe Werkstoff- und Oberflächentechnik (AWOK) unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. P. Geiß, TU Kaiserslautern, bereitgestellt. Die Beispiele in den Unterabschnitten 3.3 und 3.4 wurden in den Komplementärprojekten "Viskoelastische Materialien bei großen Verformungen: Experiment und Parametererfassung" (RPE, TU Kaiserslautern) und "Viskoelastische Materialien bei großen Verformungen: Modellbildung und Parameteridentifikation" (LTM, TU Kaiserslautern) von den Autoren erarbeitet. Bei der 'Stiftung Rheinland-Pfalz für Innovation' möchten wir uns für die Förderung dieser Projekte bedanken. Das Beispiel des Aluminiumgusses wurde von den Autoren an der TU Kaiserslautern (LTM) in Zusammenarbeit mit der General Motors Powertrain-Germany GmbH erarbeitet.